Lignes brisées confinées (indications)

1)

2) a) Montrer d'abord que $\left|r\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}-s\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi}\right| \leqslant r^2-rs+s^2$.

b) On peut couper $[0,2\pi[$ en 6 sous-intervalles de même longueur. Attention, 6 tiroirs et 6 chaussettes, ce n'est pas la principe des tiroirs !

c)

3) a) Dans l'hérédité, appliquer **2)b)** à z_1, z_2 et z_3 pour transformer deux d'entre eux en un seul élément de D_1.

b)

4)

5) a)

b)

c) Appliquer **2)b)** à z_1, z_2 et z_3, puis traiter les deux cas séparément. Attention, on cherche à confiner la ligne brisée complète, donc l'ordre des points compte et on n'est pas ramené exactement à la même situation qu'en **a)**.

6)

7)

8) a)

b)

c) Après calcul : $\displaystyle\int_{\omega_{2n+1}-\pi}^{\omega_{2n+1}} (-\sin t)^+ \,\mathrm{d}t = 1+\cos\omega_{2n+1}$.

9) a) Se donner un réel φ pour lequel $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(-1)^k z_k = \left|\sum_{k=1}^{n}(-1)^k z_k\right| \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}$ et réfléchir.

b) Étant donnés $z_1,\dots,z_{2n+1}\in\mathbb{U}$, s'intéresser aux nombres $\pm z_1,\dots\pm z_{2n+1}$ et conclure en exploitant **8)c)** et **9)**.